

**【知识点 7.6】 门型框架结构的 MATLAB 编程****【MATLAB 程序】 2D 梁单元的有限元分析程序(Beam2D2Node)**

编写平面梁单元的单元刚度矩阵、单元组装、单元应力的计算程序。

**解答：**

编写的平面 2 节点梁单元的三个 MATLAB 函数如下。

**Beam2D2Node\_Stiffness(E,I,A,L)**

以上函数计算单元的刚度矩阵，输入弹性模量 E，横截面积 A，惯性矩 I，长度 L，输出单元刚度矩阵  $k(6 \times 6)$ 。

**Beam2D2Node\_Assemble(KK,k,i,j)**

以上函数进行单元刚度矩阵的组装，输入单元刚度矩阵 k，单元的节点编号 i、j，输出整体刚度矩阵 KK。

**Beam2D2Node\_Forces(k,u)**

以上函数计算单元的应力，输入单元刚度矩阵 k，节点位移 u，输出单元节点力 forces。

可以编写出具体实现以上每个函数的 MATLAB 程序如下。

```

%%%%%%%%%%%%%% Beam2D2Node %% begin %%%%%%%%%%%%%%%
function k =Beam2D2Node_Stiffness(E,I,A,L)
% 以上函数计算单元的刚度矩阵
% 输入弹性模量 E，横截面积 A，惯性矩 I，长度 L
% 输出单元刚度矩阵 k(6×6)
%-----
k=[E*A/L,0,0,-E*A/L,0,0;0,12*E*I/(L^3),6*E*I/(L^2),0,-12*E*I/(L^3),6*E*I/(L^2);0,6*E*I/(L^2),4*E*I/L,0,-
6*E*I/(L^2),2*E*I/L;-E*A/L,0,0,E*A/L,0,0;0,-12*E*I/(L^3),-6*E*I/(L^2),0,12*E*I/(L^3),-
6*E*I/(L^2);0,6*E*I/(L^2),2*E*I/L,0,-6*E*I/(L^2),4*E*I/L]
%%%%%%%%%%%%%%
function y =Beam2D2Node_Assemble(KK,k,i,j)
% 以上函数进行单元刚度矩阵的组装
% 输入单元刚度矩阵 k，单元的节点编号 i、j
% 输出整体刚度矩阵 KK
%-----
DOF(1)=3*i-2;
DOF(2)=3*i-1;
DOF(3)=3*i;
DOF(4)=3*j-2;
DOF(5)=3*j-1;
DOF(6)=3*j;
for n1=1:6
    for n2=1:6
        KK(DOF(n1),DOF(n2))=KK(DOF(n1),DOF(n2))+k(n1,n2);
    end
end
y = KK;
%%%%%%%%%%%%%%
function forces = Beam2D2Node_Forces(k,u)
% 以上函数计算单元的应力，输入单元刚度矩阵 k，节点位移 u，
% 输出单元节点力 forces
%-----

```



```
forces = k * u;
%%%%%%%%%%%% Beam2D2Node %%% end %%%%%%%%%%
```

**【MATLAB 算例】 门型框架结构的 MATLAB 编程**

如图所示的框架结构，其顶端受均布力作用，用有限元方法分析该结构的位移。结构中各个截面的参数都为： $E = 3.0 \times 10^{11} \text{ Pa}$ ， $I = 6.5 \times 10^{-7} \text{ m}^4$ ， $A = 6.8 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ 。

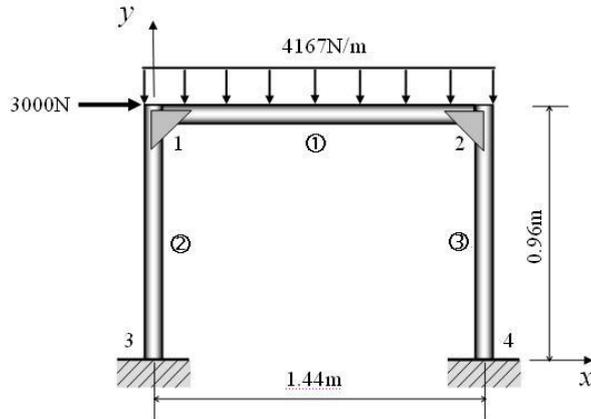
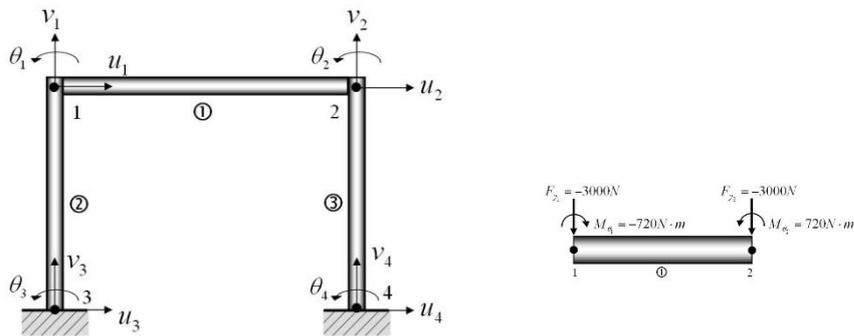


图 1 框架结构受一均布力作用



(a) 节点位移及单元编号 (b) 等效在节点上的外力

图 2 单元划分、节点位移及节点上的外载

**解答：**对该问题进行有限元分析的过程如下。

**(1) 结构的离散化与编号**

将该结构离散为三个单元，节点位移及单元编号如图 2 所示，有关节点和单元的信息见知识点 7.6。

**(2) 各个单元的描述**

首先在 MATLAB 环境下，输入弹性模量 E、横截面积 A、惯性矩 I、长度 L，然后针对单元 1 和单元 2 单元 3，分别二次调用函数 Beam2D2Node\_Stiffness，就可以得到单元的刚度矩阵 k1(6×6)和 k2(6×6)，且单元 2 和单元 3 的刚度矩阵相同。

```
>> E=3E11;
>> I=6.5E-7;
>> A=6.8E-4;
```

